INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA ALAGOAS

X da MateMática
Solucionando seus problemas matemáticos.

MATEMÁTICA
6ª Lista de Exercícios Matrizes
Professor: Edcarlos Pereira

SOLUÇÕES

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) A matriz genérica é:

$$B_{33} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

Assim,

$b_{11} = 3.1 - 2.1 = 1$
$b_{12} = 3.1 - 2.2 = -1$
$b_{13} = 3.1 - 2.3 = -3$
$b_{21} = 3.2 - 2.1 = 4$
$b_{22} = 3.2 - 2.2 = 2$
$b_{23} = 3.2 - 2.3 = 0$
$b_{31} = 3.3 - 2.1 = 7$
$b_{32} = 3.3 - 2.2 = 5$
$b_{33} = 3.3 - 2.3 = 3$

a) A matriz B é:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

b) $1 + 2 + 3 = 6$

c) $7 + 2 + (-3) = 6$

02) (**SOLUÇÃO**) A matriz genérica é:

$$A_{32} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

Assim,

$a_{11} = 1$, pois i=j.
$a_{12} = 1^2 = 1$, pois i≠j.
$a_{21} = 2^2 = 4$, pois i≠j.
$a_{22} = 1$, pois i=j.
$a_{31} = 3^2 = 9$, pois i≠j.
$a_{32} = 3^2 = 9$, pois i≠j.

Assim, a matriz $A_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$

Logo, a alternativa correta é: letra b.

03) (**SOLUÇÃO**) Da equação matricial obtém-se a seguinte equação:

$$x + 2 = 5 \quad \text{e} \quad y - 2 = 3$$

Resolvendo as equações do primeiro grau, temos:

$$x = 3 \; e \; y = 5$$

Portanto, a alternativa correta é: letra c.

04) (**SOLUÇÃO**) Da equação matricial obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema pelo o método da adição, temos:

$$a = 3 \; e \; b = 1$$

Também, temos a seguinte equação do primeiro grau:

$$3c = 6$$

Resolvendo as equações do primeiro grau, temos:

$$c = 2$$

Portanto, $a = 3, \; b = 1 \; e \; c = 2$.

MÉDIO

01) (**SOLUÇÃO**)

a) As matrizes são:

$$Q = \begin{pmatrix} 22 & 37 & 16 \\ 32 & 49 & 19 \end{pmatrix} \text{ e } P = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

b) É possível multiplicar, pois a quantidade de colunas da primeira matriz é igual à quantidade de linhas da segunda matriz.

c) $\begin{pmatrix} 22 & 37 & 16 \\ 32 & 49 & 19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 497 \\ 655 \end{pmatrix}$

Logo, quinta-feira arrecadou 497 e sexta-feira arrecadou 655.

02) (**SOLUÇÃO**)

a) queremos $i = 2 \; e \; j = 1$, ou seja, $c_{21} = 1375$.

b) mês de dezembro é $j = 2$, assim,

$c_{12} = 1960$ (sorvete de uma bola)

$c_{22} = 2015$ (sorvete de duas bolas)

Daí, $C = \begin{pmatrix} 1510 & 1960 \\ 1375 & 2015 \end{pmatrix}$

$$2015 - 1960 = 55$$

Portanto, 55 sorvetes a mais de duas bolas.

c) $\begin{pmatrix} 1510 & 1960 \\ 1375 & 2015 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1510 \cdot 3 + 1960 \cdot 5 \\ 1375 \cdot 3 + 2015 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14330 \\ 14200 \end{pmatrix}$

Portanto, a arrecadação bruta é $14330 + 14200 = 28530$.

03) (**SOLUÇÃO**) Temos $A = 1, B = 2$ e $C = 3$.

a) Distância de A e B, é $X_{12} = X_{21} = 14\ km$

Distância de A e C, é $X_{13} = X_{31} = 28\ km$

Distância de B e C, é $X_{23} = X_{32} = 45\ km$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 28 \\ 14 & 0 & 45 \\ 28 & 45 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Sim, pois $X^t = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 28 \\ 14 & 0 & 45 \\ 28 & 45 & 0 \end{pmatrix}$.

04) (**SOLUÇÃO**) Substituindo as matrizes A e B na equação matricial $AB - BA$, temos:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

fazendo a multiplicação separadamente:

$$A.B = \begin{bmatrix} 3.2 + 0.(-1) & 3.1 + 0.0 \\ 1.2 + (-4).(-1) & 1.1 + (-4).0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B.A = \begin{bmatrix} 2.3 + 1.1 & 2.0 + 1.(-4) \\ (-1).3 + 0.1 & (-1).0 + 0.(-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, $AB - BA = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$.

Portanto, a alternativa correta é: letra b.

DIFÍCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Basta apenas olhar o número da coluna, ou seja, quem bebeu refrigerante.

Coluna 1 → Paulo

Coluna 2 → Sandra

Coluna 3 → Edna

Sábado

Paulo bebeu: $1 + 0 + 3 = 4$

Sandra bebeu: $2 + 1 + 1 = 4$

Edna bebeu: $3 + 0 + 2 = 5$

Domingo

Paulo bebeu: $2 + 0 + 1 = 3$

Sandra bebeu: $0+2 + 1 = 3$

Edna bebeu: $3 + 1 + 2 = 6$

Portanto, que bebeu mais foi Edna num total de 11 refrigerantes.

02) (**SOLUÇÃO**)

a) Basta multiplicar a matriz de peças pela matriz dos tipos de carros, isto é:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 22 & 34 \\ 18 & 28 & 28 \end{pmatrix}$$

Portanto, a matriz que deve ser usada é: $Q = \begin{pmatrix} 17 & 22 & 27 \\ 21 & 22 & 34 \\ 18 & 28 & 28 \end{pmatrix}$.

b) Peça B – segunda linha, Carro Superluxo – terceira coluna. Então, queremos $q_{23} = 34$.

03) (**SOLUÇÃO**) Basta multiplicar a matriz 1 pela matriz 2, isto é:

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 0{,}20 \\ 0{,}30 \\ 0{,}50 \\ 0{,}80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5{,}30 \\ 4{,}60 \\ 5{,}80 \end{pmatrix}$$

a) Portanto, o preço base de cada salgado deverá ser:

Pastel = R$ 5,30;

Empada = R$ 4,60;

Kibe = R$5,80.

b) A doceira irá desembolsar: R$ 15,70.

04) (**SOLUÇÃO**) Para resolver este problema, basta olhar e verificar o diagrama e a lei de formação.

a)

Assim, a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$