



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ALAGOAS



MATEMÁTICA

4ª Lista de Exercícios – Trigonometria no Círculo Professor: Edcarlos Pereira

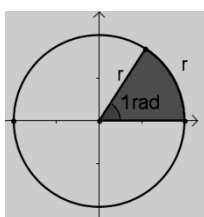
SOLUÇÕES

Trigonometria – Parte I

Círculo Trigonométrico – Graus e Radianos

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que o ângulo mede um radiano quando a medida do arco foi igual a medida do raio. Veja figura abaixo:



Portanto, a única alternativa que o arco é igual ao raio é letra: **B**.

02) (**SOLUÇÃO**) Note que o ângulo $750^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 30^\circ$, isto significa que o ângulo 750° é congruente ao ângulo de 30° ($750^\circ \equiv 30^\circ$).

Portanto, a alternativa correta é: letra **A**.

MÉDIO

03) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que uma volta completa na circunferência é 360° . Como a figura inscrita tem 6 lados, basta dividir 360° por 6, logo cada lado corresponde 60° .

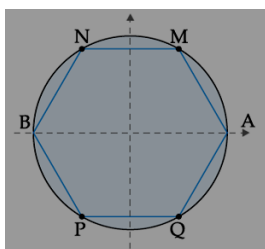
Assim,

$$M \rightarrow 60^\circ \text{ ou } \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$N \rightarrow 120^\circ \text{ ou } \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$P \rightarrow 240^\circ \text{ ou } \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$

$$Q \rightarrow 300^\circ \text{ ou } \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$$



04) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que π rad corresponde 180° .

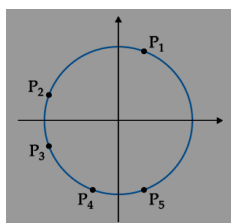
$$a) \frac{7\pi}{6} = \frac{7 \cdot 180^\circ}{6} = 7 \cdot 30^\circ = 210^\circ \rightarrow P_3$$

$$b) 290^\circ \rightarrow P_5$$

$$c) -290^\circ \rightarrow P_1$$

$$d) -190^\circ \rightarrow P_2$$

$$e) \frac{13\pi}{9} = \frac{13 \cdot 180^\circ}{9} = 13 \cdot 20^\circ = 260^\circ \rightarrow P_4$$



DIFÍCIL

05) (**SOLUÇÃO**) Como uma volta completa na circunferência é 360° e num relógio marca-se 12 horas. Assim, divide-se 360° por 12, daí temos que 1 hora corresponde 30° .

Utilizando regra de três:

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ hora} & & 30^\circ \\ x \text{ horas} & & 42^\circ \end{array}$$

$$30x = 42 \rightarrow x = 1,4 \text{ horas}$$



1,4 horas é o mesmo de 1 hora e 24 minutos.

Note que $1,4h = 1h + 0,4h$.

Para transformar 0,4h em minutos, basta multiplicar o número depois da vírgula por 6. Assim, $0,4h = 24$ minutos.

Portanto, a alternativa correta é: letra **B**.

06) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que 1 hora corresponde 30° , ou 60min corresponde 30° , ou ainda 1min corresponde $0,5^\circ$.

O relógio foi das 16:30 às 17:10, então caminhou 40min.

Como temos $0,5^\circ$ por minuto, então $0,5 \cdot 40 = 20^\circ$

Portanto, a alternativa correta é: letra **C**.

Seno no Círculo Trigonométrico ($y = \text{sen} \alpha$)

FÁCIL

07) (**SOLUÇÃO**) Note que $-1 \leq \text{sen} x \leq 1$, isto é, o valor máximo que o seno assume é 1 e o valor mínimo que o seno assume é -1.

Substituindo $\text{sen} x$ por 1 na equação dada temos:

$$4 - \text{sen} x = 4 - 1 = 3$$

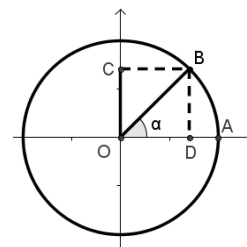
Portanto, a alternativa correta é: letra **B**.

08) (**SOLUÇÃO**) Aplicando o conceito do seno na figura dada temos:

$$\text{sen} \alpha = \frac{\overline{DB}}{1} \rightarrow \text{sen} \alpha = \overline{DB}$$

$$\text{Mas, } \overline{DB} = \overline{OC}.$$

Portanto, a alternativa correta é: letra **E**.



MÉDIO

09) (SOLUÇÃO) Analisaremos por alternativas.

a) $x = 30^\circ$, é **FALSO**, pois $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,5$.

b) $2x = 120^\circ$, é **FALSO**, pois $x = 60^\circ$ e $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,8$.

c) $\sin(180^\circ - x) = -0,6$, é **FALSO**, pois $180^\circ - x$ é um ângulo no segundo quadrante, mas no segundo quadrante o seno é positivo.

d) $\sin(180^\circ - x) = 0,6$, é **VERDADEIRO**, pois o $\sin(180^\circ - x) = \sin x = 0,6$ ($180^\circ - x$ e x são ângulos simétricos pelo eixo y e ângulos simétricos tem mesmo seno).

e) $\sin x = \cos x$, é **FALSO**, pois no primeiro quadrante para que o $\sin x$ seja igual o $\cos x$, x deve ser 45° , mas $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$.

10) (SOLUÇÃO) Substituindo π por 180° .

$$\begin{aligned}\sin \frac{20\pi}{3} &= \sin \frac{20 \cdot 180^\circ}{3} = \sin 1200^\circ = \sin 120^\circ \\ &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

OBS1: $1200^\circ = 3 \cdot 360^\circ + 120^\circ$, logo $1200^\circ \equiv 120^\circ$.

OBS2: Lembre-se que 120° e 60° são ângulos simétricos pelo eixo y, logo tem o mesmo seno.

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

DIFÍCIL

11) (SOLUÇÃO) Lembre-se que $-1 \leq \sin x \leq 1$.

Substituindo $\sin x$ por 1 em $\frac{3}{5 + \sin x}$, temos:

$$\frac{3}{5 + 1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra A.

12) (SOLUÇÃO) Área do retângulo $= a \cdot b = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Perímetro do retângulo $= 2a + 2b = \sqrt{8}$

ou

$$2(a + b) = 2\sqrt{2} \rightarrow a + b = \sqrt{2}$$

ou

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$$

Elevando ao quadrado, temos:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sqrt{2}^2$$

ou

$$\sin^2 \alpha + 2 \cdot \sin \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 2$$

Lembre-se que $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

$$1 + 2 \cdot \sin \cdot \cos \alpha = 2$$

$$2 \cdot \sin \cdot \cos \alpha = 1 \rightarrow \sin \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

Mas, área do retângulo $= \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, então área do retângulo $= \frac{1}{2} = 0,5$.

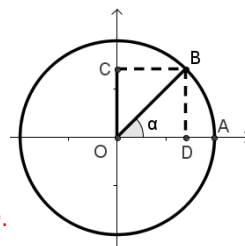
Portanto, a alternativa correta é: letra D.

Cosseno no Círculo Trigonométrico ($x = \cos \alpha$)

FÁCIL

13) (SOLUÇÃO) Aplicando o conceito do cosseno na figura dada temos:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{OD}}{1} \rightarrow \cos \alpha = \overline{OD}$$



Portanto, a alternativa correta é: letra D.

14) (SOLUÇÃO) Note que $-1 \leq \cos x \leq 1$, isto é, o valor máximo que o cosseno assume é 1 e o valor mínimo que o cosseno assume é -1.

Substituindo $\cos x$ por 1 na equação dada temos:

$$-2 + \cos x = -2 + 1 = -1$$

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

MÉDIO

15) (SOLUÇÃO) Substituindo π por 180° .

$$\begin{aligned}\cos \frac{41\pi}{4} &= \cos \frac{41 \cdot 180^\circ}{4} = \cos 41,45^\circ = \cos 1845^\circ \\ &= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

OBS: $1845^\circ = 5 \cdot 360^\circ + 45^\circ$, logo $1845^\circ \equiv 45^\circ$.

Portanto, a alternativa correta é: letra E.

16) (SOLUÇÃO) Analisaremos por alternativas.

a) $x = 100^\circ$, é **FALSO**, pois $-0,9$ está próximo de -1 e $\cos 180^\circ = -1$.

b) $\frac{x}{2} = 60^\circ$, é **FALSO**, pois $x = 120^\circ$ e $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} = -0,5$.

c) $\sin x = \cos x$, é **FALSO**, pois no segundo quadrante não temos o $\sin x$ igual o $\cos x$, pois o seno no segundo quadrante é positivo e o cosseno no segundo quadrante é negativo.

d) $\sin(x) = 0,9$, é **FALSO**, pois no segundo quadrante o $\sin 135^\circ = -\cos 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7$.

e) $\cos\left(\frac{x}{2}\right) > 0$, é **VERDADEIRO**, pois $\frac{x}{2}$ é um ângulo no primeiro quadrante e o cosseno de um ângulo no primeiro quadrante é positivo, isto é, maior que 0.

DIFÍCIL

17) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $\cos 0 = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ e $\cos \pi = -1$.

Para $x = 0$, temos:

$$1 + 1 + 1^2 + \dots + 1^{17} = 18$$

Para $x = \frac{\pi}{2}$, temos:

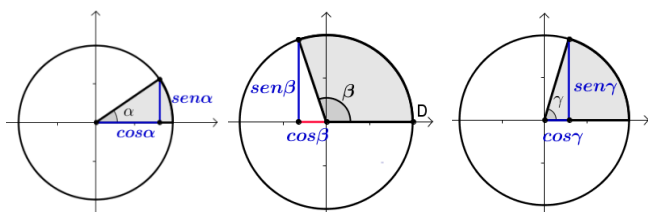
$$1 + 0 + 0^2 + \dots + 0^{17} = 1$$

Para $x = \pi$, temos:

$$1 + (-1) + (-1)^2 + \dots + (-1)^{17} = 0$$

Portanto, a alternativa correta é: letra A.

18) (**SOLUÇÃO**) Separando os ângulos e marcando o seno e o cosseno. (colocando no primeiro quadrante)



a) $\cos \alpha < \cos \beta$, **FALSO**, pois $\cos \beta$ é negativo e $\cos \alpha$ é positivo.

b) $\cos \gamma > \cos \alpha$, **FALSO**, pois $\cos \gamma < \cos \alpha$, veja figura acima.

c) $\sin \alpha > \sin \beta$, **FALSO**, pois $\sin \alpha < \sin \beta$, veja figura acima.

d) $\sin \beta < \cos \gamma$, **FALSO**, pois $\sin \beta > \cos \gamma$, veja figura acima.

e) $\cos \beta < \cos \gamma$, **VERDADEIRO**, pois $\cos \beta$ é negativo e $\cos \gamma$ é positivo.

Tangente no Círculo Trigonométrico ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$)

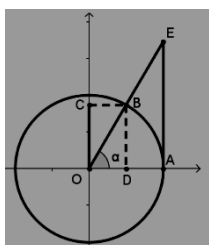
FÁCIL

19) (**SOLUÇÃO**) Note que: $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$, para $x = \frac{\pi}{4}$.

Assim, $2 - \operatorname{tg} x = 2 - 1 = 1$.

Portanto, a alternativa correta é: letra B.

20) (**SOLUÇÃO**) Aplicando o conceito da tangente na figura dada temos:



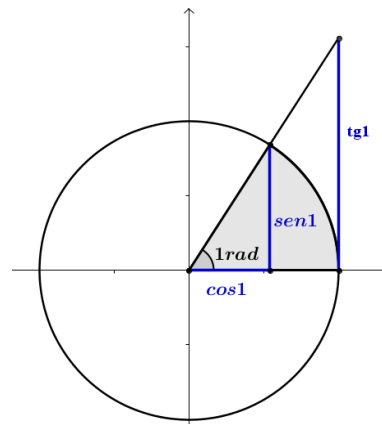
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{OA}} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AE}}{1} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \overline{AE}$$

OBS: $\overline{OA}$ é o raio do círculo trigonométrico, logo $\overline{OA} = 1$.

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

MÉDIO

21) (**SOLUÇÃO**) Veja o $\sin 1$, $\cos 1$ e $\operatorname{tg} 1$ na figura abaixo:



Note que: $\cos 1 < \sin 1 < \operatorname{tg} 1$.

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

22) (**SOLUÇÃO**) Substituindo π por 180° .

$$\operatorname{tg} \frac{25\pi}{3} = \operatorname{tg} \frac{25 \cdot 180^\circ}{3} = \operatorname{tg} 25 \cdot 60^\circ = \operatorname{tg} 1500^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

OBS: $1500^\circ = 4 \cdot 360^\circ + 60^\circ$, logo $1500^\circ \equiv 60^\circ$.

Portanto, a alternativa correta é: letra A.

DIFÍCIL

23) (**SOLUÇÃO**) Note que $\overline{AM}$ é a tangente de 120° .

$$\overline{AM} = \operatorname{tg} 120^\circ = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}$$

Mas,

$$(\overline{AM})^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3$$

OBS: A tangente no segundo quadrante é negativa.

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

24) (**SOLUÇÃO**) Analisaremos por alternativas.

a) $AP = 1$, é **FALSO**, pois AP é a tangente de $\frac{\pi}{3}$, mas $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$.

b) $MN = \sqrt{3}$, é **FALSO**, pois MN é o seno de $\frac{\pi}{3}$, mas $\sin \frac{\pi}{3} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) $ON = \sqrt{2}$, é **FALSO**, pois ON é o cosseno de $\frac{\pi}{3}$, mas $\cos \frac{\pi}{3} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

d) $AN = \sqrt{\frac{1}{3}}$, é **FALSO**, pois $AN = AO - ON = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

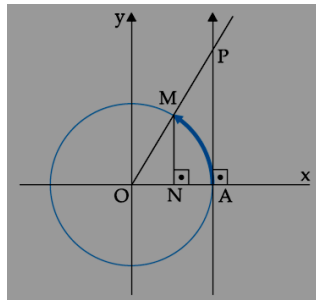
e) $OP = 2$, é **VERDADEIRO**, pois OP é a hipotenusa do triângulo OAP ,

$$OP^2 = AP^2 + OA^2$$

$$OP^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$$

$$OP^2 = 3 + 1$$

$$OP^2 = 4 \rightarrow OP = 2$$



EQUAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

25) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Substituindo $\cos x = \frac{3}{5}$, temos:

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha + \frac{9}{25} = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{25-9}{25}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

Como $\frac{-\pi}{2} < x < 0$ (quarto quadrante) o seno é negativo.

Logo, $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

Lembre-se ainda: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Substituindo $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ e

$\cos x = \frac{3}{5}$. Temos:

$$\tan x = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = -\frac{4}{3}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra A.

26) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Substituindo $\sin x = \frac{2}{3}$, temos:

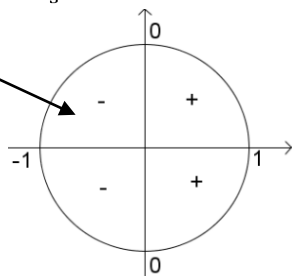
$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} \rightarrow \cos^2 x = \frac{9-4}{9}$$

$$\cos^2 x = \frac{5}{9} \rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Como $\frac{\pi}{2} < x = \pi$ (segundo quadrante) o cosseno é negativo.

Logo, $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.



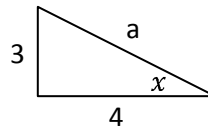
Lembre-se ainda: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

Substituindo $\sin x = \frac{2}{3}$ e $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$. Temos:

$$\tan x = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

27) (**SOLUÇÃO**) Primeiramente pense num triângulo retângulo de catetos 3 e 4.



Assim, $\tan x = \frac{3}{4}$.

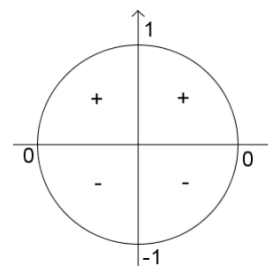
Utilizando Pitágoras temos: $a = 5$.

Aplicando cosseno e seno, temos:

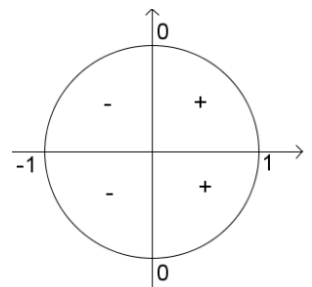
$$\cos x = \frac{4}{5} \text{ e } \sin x = \frac{3}{5},$$

Mas, $\pi < x = \frac{3\pi}{2}$ (terceiro quadrante)

Resumo do seno



Resumo do cosseno



Assim, $\sin x = -\frac{3}{5}$ e $\cos x = -\frac{4}{5}$.

$$\text{Logo, } \cos x - \sin x = -\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = -\frac{1}{5}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra E.