



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ALAGOAS



MATEMÁTICA

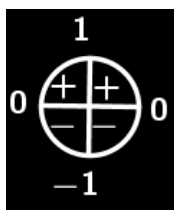
5ª Lista de Exercícios – Funções Trigonômétricas Professor: Edcarlos Pereira

SOLUÇÕES

FUNÇÃO SENO

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Para facilitar a construção do gráfico, lembre-se do resumo do seno, figura abaixo:

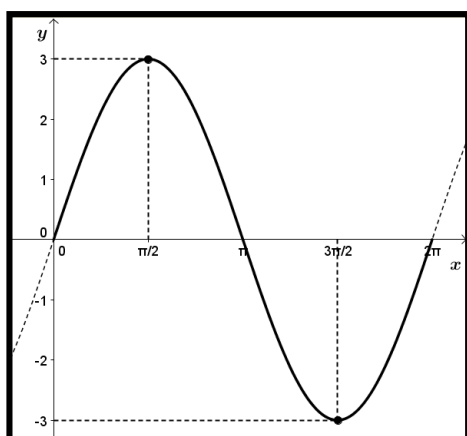


A partir do resumo do seno constrói-se a seguinte tabela:

x	$y = 3\text{sen}x$
0	0
$\frac{\pi}{2}$	3
π	0
$\frac{3\pi}{2}$	-3
2π	0

Agora, basta marcar os pontos no plano cartesiano e em seguida traça-se o gráfico.

Assim, tem-se o gráfico abaixo:



02) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $-1 \leq \text{sen}x \leq 1$.

Note que: o valor máximo da função $\text{sen}x$ é 1.

Então, substituindo $\text{sen}x$ por 1, temos: $5 + 5 \cdot 1$.

Assim, o valor máximo é: 10.

Resposta correta é a alternativa **d**.

03) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $-1 \leq \text{sen}x \leq 1$.

Substituído $\text{sen}x$ por $m - 3$, temos que:

$$-1 \leq m - 3 \leq 1.$$

Resolvendo a dupla desigualdade:

$$-1 + 3 \leq m \leq 1 + 3 \Rightarrow 2 \leq m \leq 4$$

Logo, a alternativa correta é: letra **c**.

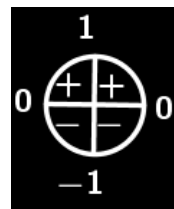
MÉDIO

01) (**SOLUÇÃO**) Observando o gráfico percebe-se que a amplitude é igual a 2 e o período é 4π , assim, a função seno é multiplicada por 2 e a variável x é dividida por 2.

Logo, a função é $f(x) = 2\text{sen}\frac{x}{2}$.

Resposta correta é a alternativa **b**.

02) (**SOLUÇÃO**) Apresenta-se o resumo do seno na figura abaixo.

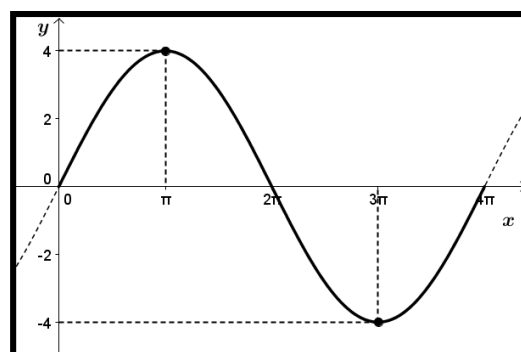


A partir do resumo do seno constrói-se a seguinte tabela:

x	$\frac{x}{2}$	$y = 4\text{sen}\frac{x}{2}$
0	0	0
π	$\frac{\pi}{2}$	4
2π	π	0
3π	$\frac{3\pi}{2}$	-4
4π	2π	0

Agora, marcam-se os pontos no plano cartesiano e em seguida traça-se o gráfico.

Assim, tem-se o gráfico abaixo:



Observando o gráfico pode-se concluir que:

$D(f)=\mathbb{R}$

$\text{Im}(f)=[-4,4]$

Período = 4π

Amplitude = 4.

03) (**SOLUÇÃO**) A amplitude é 4, pois a amplitude é número que multiplica o $\sin 2x$.

Podemos encontrar o período utilizando a seguinte fórmula:

$$P = \frac{2\pi}{|m|}, \text{ onde } m \text{ é o número que multiplica a variável } x.$$

$$\text{Assim, } P = \frac{2\pi}{|2|} \rightarrow \text{Período} = \pi.$$

A imagem pode-se ser encontrada utilizando o máximo e o mínimo da função dada: $4\sin 2x$.

O máximo é: 4, pois o máximo de $\sin 2x$ é 1.

O mínimo é: -4, pois o mínimo de $\sin 2x$ é -1.

Assim, temos $\text{Im}(f) = [-4, 4]$.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

DIFÍCIL

01) (**SOLUÇÃO**)

a) Basta resolver a seguinte equação:

$$2,1 + 1,6\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = 1,3$$

Resolvendo:

$$1,6\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = 1,3 - 2,1$$

$$1,6\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -0,8$$

$$\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{0,8}{1,6} = -\frac{8}{16}$$

$$\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

Lembre-se que (usando a simetria):

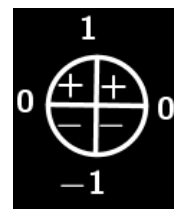
$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \text{ ou } \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

Daí, temos: $\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$, segue que: $x = 7$, basta resolver $\frac{\pi x}{6} = \frac{7\pi}{6}$.

E, $\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) = \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$, segue que: $x = 11$, basta resolver $\frac{\pi x}{6} = \frac{11\pi}{6}$.

Logo, os meses são junho (7) e novembro (11).

b) Apresenta-se o resumo do seno na figura abaixo.

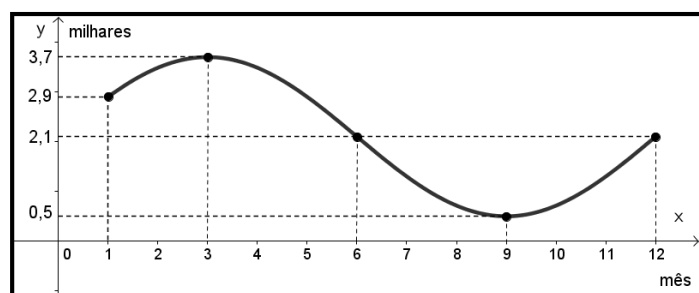


A partir do resumo do seno constrói-se a seguinte tabela:

x	$\frac{\pi x}{6}$	$y = 2,1 + 1,6\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right)$ (em milhares)
0	0	2,1
3	$\frac{\pi}{2}$	3,7
6	π	2,1
9	$\frac{3\pi}{2}$	0,5
12	2π	2,1

Agora, marcam-se os pontos no plano cartesiano e em seguida traça-se o gráfico.

Assim, tem-se o gráfico abaixo:



O maior número de turista é 3700 e o menor número de turista é 500, a diferença entre o maior e menor número de turista é: 3200.

02) (**SOLUÇÃO**)

a) Basta calcular o $\sin 1080^\circ$ e $\sin 960^\circ$.

$$\sin 1080^\circ = \sin 0^\circ = 0, \text{ pois } 1080^\circ = 0^\circ + 3 \cdot 360^\circ.$$

e

$$\sin 960^\circ = \sin 240^\circ, \text{ pois } 960^\circ = 240^\circ + 2 \cdot 360^\circ, \text{ mas}$$

$$\sin 240^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Logo, quem ganhou foi Daniel.

b) Não, pois ele escolheu um ângulo congruente a 0° , cujo seno vale 0.

c) A melhor escolha seria os seguintes ângulos: 90° , 450° ou 810° , pois o seno destes ângulos vale 1.

03) (**SOLUÇÃO**) Para a pressão ser mínima o valor do seno deve ser mínimo, isto é, -1, então temos:

$$\operatorname{sen}\left[t - \frac{\pi}{2}\right] = -1, \text{ daí vem,}$$

$$\operatorname{sen}\left[t - \frac{\pi}{2}\right] = \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right), \text{ segue que,}$$

$$t - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}, \text{ resolvendo, temos:}$$

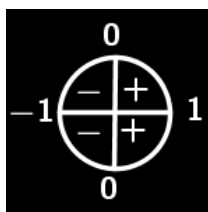
$$t = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} \rightarrow t = 2\pi$$

Portanto, a alternativa correta é letra **d**.

FUNÇÃO COSSENO

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Para facilitar a construção do gráfico, lembre-se do resumo do cosseno, figura abaixo:

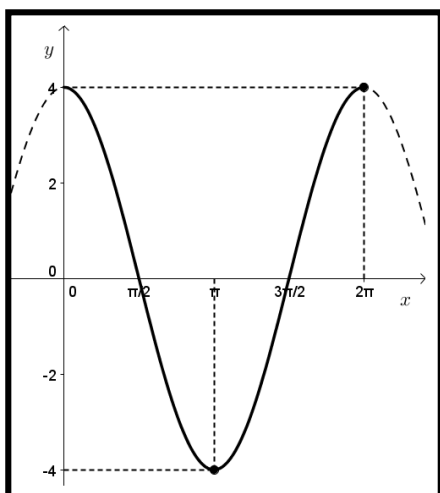


A partir do resumo do cosseno constrói-se a seguinte tabela:

x	$y = 4\cos x$
0	4
$\frac{\pi}{2}$	0
π	-4
$\frac{3\pi}{2}$	0
2π	4

Agora, basta marcar os pontos no plano cartesiano e em seguida traça-se o gráfico.

Assim, tem-se o gráfico abaixo:



02) (**SOLUÇÃO**) Lembre-se que: $-1 \leq \cos x \leq 1$.

Note que: o valor mínimo da função $\cos 7x$ é -1.

Então, substituindo $\cos 7x$ por -1, temos: $7 + (-1)$

Assim, o valor mínimo é: 6.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

03) (**SOLUÇÃO**) Note que no segundo quadrante: $-1 < \cos x < 0$.

Substituindo $\cos x$ por $4m - 2$, temos que:

$$-1 < 4m - 2 < 0.$$

Resolvendo a dupla desigualdade:

$$-1 + 2 < 4m < 0 + 2 \Rightarrow 1 < 4m < 2 \Rightarrow \frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$$

Portanto, $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$.

MÉDIO

01) (**SOLUÇÃO**) Fazendo $a = x$ e $b = x$, temos:

$$\cos(x + x) = \cos 2x = \cos x \cdot \cos x - \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} x$$

ou

$$\cos 2x = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

Logo, $f(x) = \cos 2x + 3$.

O máximo de $\cos 2x + 3$ é 4, pois o máximo de $\cos 2x$ é 1.

O mínimo de $\cos 2x + 3$ é 2, pois o mínimo de $\cos 2x$ é -1.

Portanto, a $\operatorname{Im}(f) = [2, 4]$.

A alternativa correta é a letra **d**.

02) (**SOLUÇÃO**) Do gráfico, vem:

$$f(0) = 1$$

$$f(\pi) = 3$$

Assim,

$$\begin{cases} a + b\cos 0 = 1 \\ a + b\cos \pi = 3 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 3 \end{cases}$$

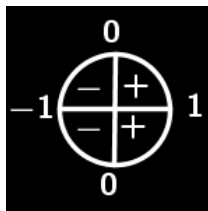
Resolvendo o sistema:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 3 \end{cases} \\ \hline a = 2 \end{array}$$

Segue que, $b = -1$.

Portanto, a alternativa correta é a letra **a**.

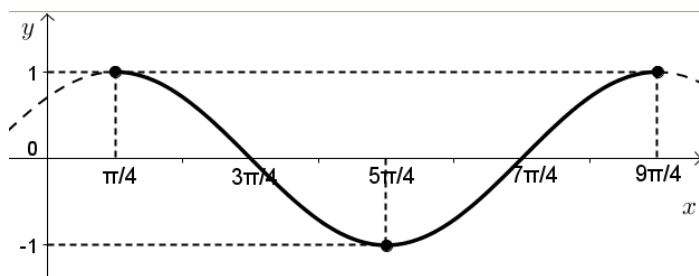
03) (SOLUÇÃO) A figura abaixo apresenta o resumo do cosseno.



A partir do resumo do cosseno constrói-se a seguinte tabela:

x	$x - \frac{\pi}{4}$	$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
$\frac{\pi}{4}$	0	1
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0
$\frac{5\pi}{4}$	π	-1
$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	0
$\frac{9\pi}{4}$	2π	1

Agora, basta marcar os pontos no plano cartesiano e em seguida traça-se o gráfico.
Assim, tem-se o gráfico abaixo:



Observando o gráfico pode-se concluir que:

$D(f)=\mathbb{R}$
 $\text{Im}(f)=[-1,1]$
 Período = 2π
 Amplitude = 1.

DIFÍCIL

01) (SOLUÇÃO) Lembre-se que: $-1 \leq \cos x \leq 1$.

Substituído $\cos x$ por $1 - m^2$, temos que:

$$-1 \leq 1 - m^2 \leq 1.$$

Resolvendo a dupla desigualdade:

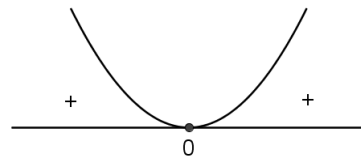
$$-1 - 1 \leq -m^2 \leq 1 - 1 \Rightarrow -2 \leq -m^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq m^2 \leq 2$$

Segue,

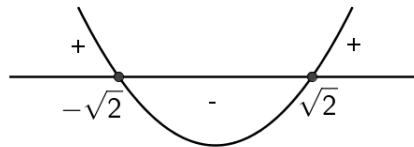
$$(I) m^2 \geq 0$$

$$m^2 = 0 \Rightarrow m = 0$$

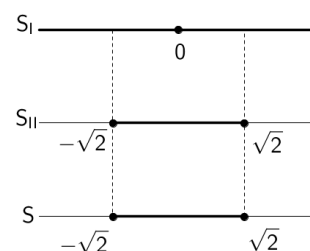


$$(II) m^2 \leq 2 \Rightarrow m^2 - 2 \leq 0$$

$$m^2 - 2 = 0 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$



Fazendo a intersecção de I e II.



Portanto, $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

02) (SOLUÇÃO)

a) Fazendo $x = 4$, temos:

$$P(4) = 500 + 0,5 \cdot 4 + 20\cos(\pi \cdot 4/6)$$

$$P(4) = 500 + 2 + 20\cos(2\pi/3) \quad \left(\frac{2\pi}{3} \rightarrow 120^\circ\right)$$

$$P(4) = 502 + 20\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \left(\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}\right)$$

$$P(4) = 502 - 10 \Rightarrow P(4) = 492 \text{ bilhões de dólares.}$$

b) $P(x+12) - P(x)$, calculando:

$$500 + 0,5(x + 12) + 20\cos\left[\frac{\pi(x+12)}{6}\right] - 500 - 0,5x - 20\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$0,5x + 6 + 20\cos\left[\frac{\pi x}{6} + \frac{12\pi}{6}\right] - 0,5x - 20\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$6 + 20\cos\left[\frac{\pi x}{6} + 2\pi\right] - 20\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$6 + 20 \cdot 1 - 20 \cdot 1$$

$$6 + 20 - 20$$

6 bilhões de dólares

03) (**SOLUÇÃO**) Note que o gráfico está deslocado para cima em 1 unidade, logo, a função deve ser somada com 1 unidade, assim, descartamos as alternativas a, c e d. Restando as alternativas b e d.

Observado o gráfico, temos: $f(0)=1$, mas na alternativa **e** $f(0) = 1 - \cos 0 = 0$, pois o $\cos 0 = 1$ e na alternativa **b** $f(0) = 1 + \sin 0 = 1$, pois o $\sin 0 = 0$.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.