



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
ALAGOAS



MATEMÁTICA

3ª Lista de Exercícios – Teorema de Pitágoras, Trigonometria no Triângulo Retângulo e Leis dos Senos e Cossenos

Professor: Edcarlos Pereira

SOLUÇÕES

Teorema de Pitágoras ($a^2 = b^2 + c^2$)

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Note que a escada é a hipotenusa e 8 e 15 são os catetos. Logo,

$$a^2 = 8^2 + 15^2 \rightarrow a^2 = 64 + 225$$

$$a^2 = 289 \rightarrow a = \sqrt{289} \rightarrow a = 17 \text{ m}$$

Assim, o comprimento da escada é 17 m.

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

02) (**SOLUÇÃO**) Note que a extensão AC = a é a hipotenusa do triângulo retângulo ABC e AB = 24 m e BC = 18 m são os catetos. Logo,

$$a^2 = 24^2 + 18^2 \rightarrow a^2 = 576 + 324$$

$$a^2 = 900 \rightarrow a^2 = 900$$

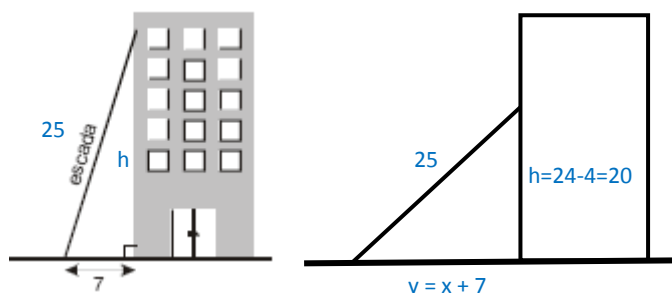
$$a = \sqrt{900} \rightarrow a = 30 \text{ m}$$

Assim, a extensão AC é 30 m.

Portanto, a alternativa correta é: letra A.

MÉDIO

03) (**SOLUÇÃO**) Seja h a altura do prédio.



Aplicado o teorema de Pitágoras no primeiro triângulo, temos:

$$25^2 = 7^2 + h^2 \rightarrow 625 = 49 + h^2$$

$$625 - 49 = h^2 \rightarrow 576 = h^2$$

$$h = \sqrt{576} \rightarrow h = 24 \text{ m}$$

Aplicado o teorema de Pitágoras no segundo triângulo, temos:

$$25^2 = 20^2 + y^2 \rightarrow 265 = 400 + y^2$$

$$265 - 400 = y^2 \rightarrow 225 = y^2$$

$$y = \sqrt{225} \rightarrow y = 15 \text{ m}$$

Mas, $y = x + 7$, assim, $15 = x + 7$, logo, $x = 8 \text{ m}$

Portanto, a alternativa correta é: letra B.

04) (**SOLUÇÃO**) Note que o corrimão é a hipotenusa (x) + 30cm + 30cm.

Aplicando Pitágoras, temos:

$$x^2 = 90^2 + 120^2 \rightarrow x^2 = 8100 + 14400$$

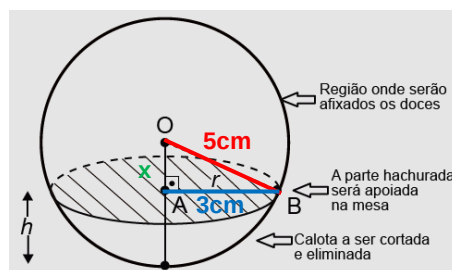
$$x^2 = 22500 \rightarrow x = \sqrt{22500} \rightarrow x = 150 \text{ cm}$$

Assim, $150 + 30 + 30 = 210 \text{ cm} = 2,1 \text{ m}$.

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

DIFÍCIL

05) (**SOLUÇÃO**) Note o triângulo retângulo destacado. Se o diâmetro do melão = 10 cm, então o raio = 5 cm.



Assim, temos:

$$5^2 = 3^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 25 - 9$$

$$x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16}$$

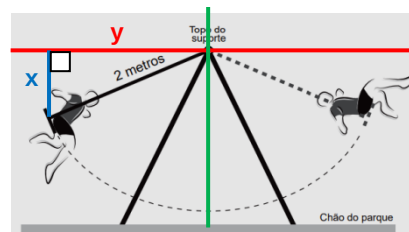
$$x = 4 \text{ cm}$$

Mas, Raio do melão = $h + x$

Daí, $5 = h + 4 \rightarrow h = 1 \text{ cm}$

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

06) (**SOLUÇÃO**) Traçando-se os eixos x (verde) e y (vermelho) e o segmento perpendicular (azul). Temos um triângulo retângulo.



Assim, temos:

$$2^2 = x^2 + y^2 \rightarrow y^2 = 4 - x^2$$

$$y = \pm\sqrt{4 - x^2}$$

Mas, como o balanço está abaixo do eixo x. Segue que:

$$y = -\sqrt{4 - x^2}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra D.

Trigonometria no triângulo retângulo

$$\left(\operatorname{sen} \frac{C.O.}{H}; \cos \frac{C.A.}{H}; \operatorname{tg} \frac{C.O.}{C.A.} \right)$$

FÁCIL

7) (SOLUÇÃO) Da imagem, segue:

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h}{15} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{15} \rightarrow \rightarrow 2h = 15$$

$$h = 7,5 \text{ cm}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

8) (SOLUÇÃO) Temos:

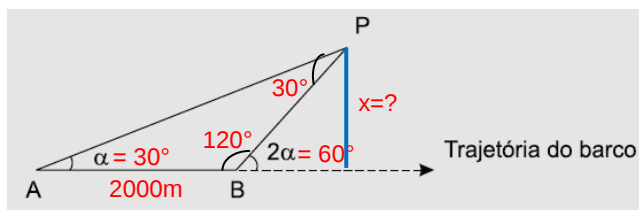
$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{x}{10} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{10}$$

$$x = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra B.

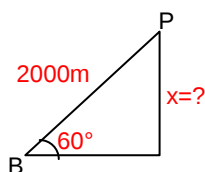
MÉDIO

9) (SOLUÇÃO) Veja a figura abaixo, depois de preencher os elementos conhecidos:



Note que o triângulo ABP é um triângulo isósceles, logo têm dois lados iguais, isto é, $AB = BP = 2000 \text{ m}$

Temos:



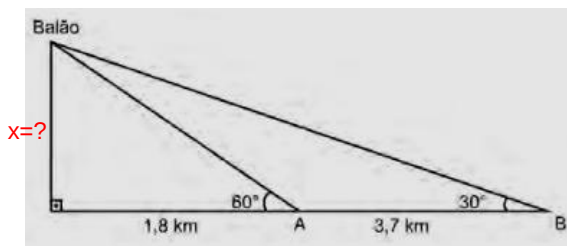
Segue,

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{x}{2000} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2000}$$

$$2x = 2000\sqrt{3} \rightarrow x = 1000\sqrt{3} \text{ m}$$

Portanto, a alternativa correta é: letra B.

10) (SOLUÇÃO) Queremos encontrar a altura (x). Logo, podemos aplicar o conceito de tangente.



Temos:

$$\operatorname{Tg} 60^\circ = \frac{x}{1,8} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{1,8}$$

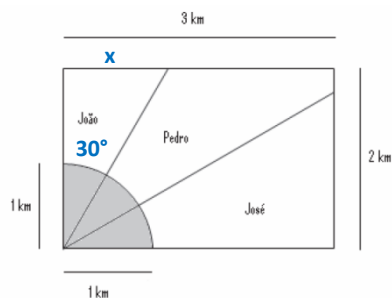
$$1,7 = \frac{x}{1,8} \rightarrow x = 1,7 \cdot 1,8$$

$$x \cong 3,06$$

Portanto, a alternativa correta é: letra C.

DIFÍCIL

11) (SOLUÇÃO) Veja figura abaixo:



A área do retângulo é: $3 \cdot 2 = 6 \text{ km}^2$

A área do terreno de João é: $\frac{2 \cdot x}{2} = x$

$$\text{Mas, } \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{2} \rightarrow 0,58 = \frac{x}{2} \rightarrow x = 1,16$$

Assim, a área do terreno de João é: $1,16 \text{ km}^2$

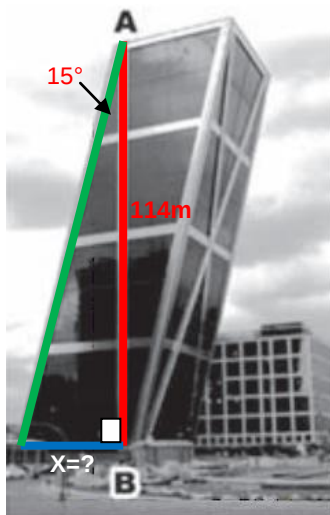
Área Porcentagem

6	100%
1,16	p

$$\text{Daí, } 6p = 1,16 \cdot 100 \rightarrow p = \frac{116}{6} \rightarrow p = 19,33\%$$

Portanto, a alternativa correta é: letra E.

12) (**SOLUÇÃO**) Temos a imagem abaixo com os elementos conhecidos.



Com a base é quadrada, basta encontrar o valor de x (lado da base quadrada) para achar sua área.

Temos:

$$\operatorname{Tg} 15^\circ = \frac{x}{114} \rightarrow 0,26 = \frac{x}{114}$$

$$x = 0,26 \cdot 114 \rightarrow x = 29,64$$

Assim, a área = $29,64 \cdot 29,64 \cong 876,53m^2$.

Portanto, a alternativa correta é: letra E.

$$\text{Lei dos Senos } \left(\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \right)$$

FÁCIL

13) (**SOLUÇÃO**) Temos:

$$\frac{x}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{100}{\operatorname{sen} 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{2}} \rightarrow x \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 100 \cdot \frac{2}{1}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2}} = 200 \rightarrow 2x = 200\sqrt{2} \rightarrow x = 100\sqrt{2}$$

Portanto, $x = 100\sqrt{2}$.

14) (**SOLUÇÃO**) Temos:

$$\frac{8}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{6}{\operatorname{sen} 30^\circ} \rightarrow \frac{8}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{8}{\operatorname{sen} \hat{B}} = 12 \rightarrow 12 \operatorname{sen} \hat{B} = 8$$

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{8}{12} \rightarrow \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{2}{3}$$

Portanto, $\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{2}{3}$.

MÉDIO

15) (**SOLUÇÃO**) Temos:

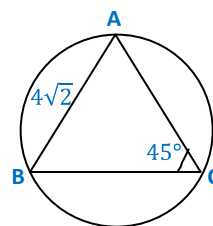
$$\hat{A} + 57^\circ + 59^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{A} = 64^\circ$$

Daí,

$$\frac{30}{\operatorname{sen} 64^\circ} = \frac{AB}{\operatorname{sen} 59^\circ} \rightarrow \frac{30}{0,9} = \frac{AB}{0,87} \rightarrow 0,9AB = 26,1 \rightarrow AB = 29m$$

Portanto, $AB = 29m$.

16) (**SOLUÇÃO**) Temos:



Lembre-se que: $\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = 2r$.

Assim,

$$\frac{4\sqrt{2}}{\operatorname{sen} 45^\circ} = 2r \rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2r \rightarrow 4\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 2r \rightarrow 8 = 2r$$

$$r = 4$$

Portanto, o raio da circunferência é: 4.

DIFÍCIL

17) (**SOLUÇÃO**) Temos:

$$\hat{C} + 15^\circ + 135^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{C} = 30^\circ$$

Calculando o y :

$$\operatorname{sen} 15^\circ = \operatorname{sen}(45^\circ - 30^\circ) =$$

$$= \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 30^\circ =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{y}{\operatorname{sen} 15^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\operatorname{sen} 30^\circ} \rightarrow \frac{y}{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{y}{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}} = 2\sqrt{2}$$

$$y = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \rightarrow y = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \rightarrow y = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{4}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{4}}{2} \rightarrow y = \frac{2\sqrt{3} - 2}{2} \rightarrow y = \sqrt{3} - 1$$

Calculando o x :

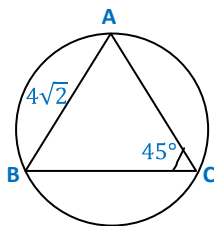
$$\operatorname{sen} 135^\circ = \operatorname{sen} 45^\circ$$

$$\frac{x}{\operatorname{sen} 135^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\operatorname{sen} 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\operatorname{sen} 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}}x = 2\sqrt{2} \rightarrow x = \frac{2\sqrt{4}}{2} \rightarrow x = 2$$

Portanto, $x = 2$ e $y = \sqrt{3} - 1$.

18) (SOLUÇÃO) Temos:



Lembre-se que: $\frac{a}{\sin A} = 2r$.

Assim,

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2r \rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2r \rightarrow 4\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 2r \rightarrow 8 = 2r$$

$$r = 4$$

Portanto, o raio da circunferência é 4.

Lei dos Cossenos

$$(a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A})$$

FÁCIL

19) (SOLUÇÃO) O maior ângulo é $\hat{A}$, pois é oposto ao maior lado que é 6.

Então,

$$6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \hat{A}$$

$$36 = 16 + 25 - 40 \cos \hat{A}$$

$$36 = 41 - 40 \cos \hat{A} \rightarrow 36 - 41 = -40 \cos \hat{A}$$

$$5 = 40 \cos \hat{A} \rightarrow \cos \hat{A} = \frac{5}{40} \rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{8}$$

Portanto, $\cos \hat{A} = \frac{1}{8}$.

20) (SOLUÇÃO) Temos:

$$c^2 = 10^2 + 16^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot \cos 60^\circ$$

$$c^2 = 100 + 256 - 320 \cdot \frac{1}{2}$$

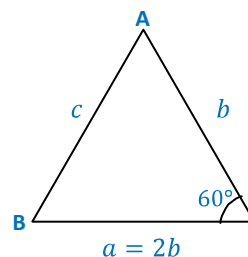
$$c^2 = 356 - 160 \rightarrow c^2 = 196$$

$$c = \sqrt{196} \rightarrow c = 14$$

Portanto, $c = 14$.

MÉDIO

21) (SOLUÇÃO) Temos:



Aplicando lei dos cossenos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos 60^\circ$$

$$c^2 = (2b)^2 + b^2 - 2 \cdot 2b \cdot b \cdot \frac{1}{2}$$

$$c^2 = 4b^2 + b^2 - 2 \cdot b^2$$

$$c^2 = 3b^2 \rightarrow c = \sqrt{3b^2} \rightarrow c = b\sqrt{3}$$

Aplicando lei dos senos:

$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin 60^\circ} \rightarrow \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{b\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = b\sqrt{3} \cdot \sin \hat{B}$$

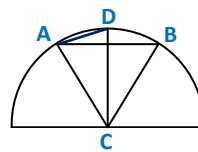
$$b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2b\sqrt{3}} = \sin \hat{B} \rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{2}$$

Mas, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, logo $\hat{B} = 30^\circ$.

$$E, 60^\circ + 30^\circ + \hat{A} = 180^\circ \rightarrow \hat{A} = 90^\circ.$$

Portanto, os outros dois ângulos são 30° e 90° .

22) (SOLUÇÃO) Temos:



Como o triângulo ABC é equilátero $\hat{C} = 60^\circ$, então $\hat{ACD} = 30^\circ$.

Note que: $AC = CD = \text{raio} = r$.

Aplicando a lei dos cossenos:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2 \cdot AC \cdot CD \cdot \cos 30^\circ$$

$$AD^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AD^2 = 2r^2 - r^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$AD^2 = r^2(2 - \sqrt{3})$$

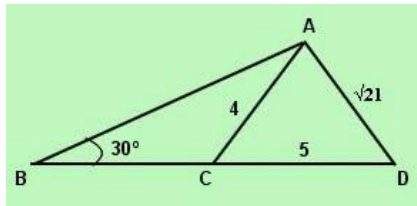
$$AD = \sqrt{r^2(2 - \sqrt{3})}$$

$$AD = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

Portanto, $AD = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

DIFÍCIL

23) (SOLUÇÃO) Temos:



Primeiro deve-se encontrar o ângulo $\hat{C}$ do triângulo ACD.

Assim, aplica-se a lei dos cossenos:

$$(\sqrt{21})^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \hat{C}$$

$$21 = 16 + 25 - 40 \cdot \cos \hat{C}$$

$$21 - 41 = -40 \cdot \cos \hat{C}$$

$$-20 = -40 \cdot \cos \hat{C} \rightarrow \cos \hat{C} = \frac{-20}{-40} \rightarrow \cos \hat{C} = \frac{1}{2}$$

Como $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, segue-se que $\hat{C} = 60^\circ$.

No triângulo ABC, temos:

$$\text{O ângulo } \hat{ACB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

e

$$\hat{BAC} + 30^\circ + 120^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{BAC} = 30^\circ$$

Logo, o triângulo ABC é isósceles, assim $BC = AC = 4$.

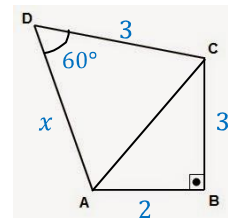
Calculando a área do triângulo ABC, $A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{2}$.

$$A = \frac{4 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ}{2} \rightarrow A = 2 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ \rightarrow A = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = 4\sqrt{3}$$

Portanto, a área do triângulo ABC é: $4\sqrt{3}$.

24) (SOLUÇÃO) Temos:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC.

$$AC^2 = 2^2 + 3^2 \rightarrow AC = \sqrt{13} \text{ cm.}$$

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo ACD, para encontrar o valor de x.

$$\sqrt{13}^2 = 3^2 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos 60^\circ$$

$$13 = 9 + x^2 - 6 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$0 = -13 + 9 + x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau, temos:

$x = 4$ ou $x = -1$, (x deve ser maior que zero)

Logo, $x = 4 \text{ cm}$

Assim, $P = 2 + 3 + 3 + 4 = 12 \text{ cm}$

Portanto, o perímetro do quadrilátero é: 12 cm .