MATEMÁTICA
1ª Lista de Exercícios – Análise Combinatória – PARTE 1
Professor: Edcarlos Pereira

SOLUÇÕES

Princípio multiplicativo

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**)
Temos:

Assim, 4·3·3·3·3·3 = 972

Portanto, a alternativa correta é: letra E.

02) (**SOLUÇÃO**)
Temos quatros regiões:

I	II
III	IV

Podemos dividir em dois casos:

I Caso: Região I e IV com cores iguais.

3	2
2	1

3·2·2·1 = 12

II Caso: Região I e IV com cores diferentes.

3	1
1	2

3·2·1·1 = 6

Assim, 12 + 6 = 18

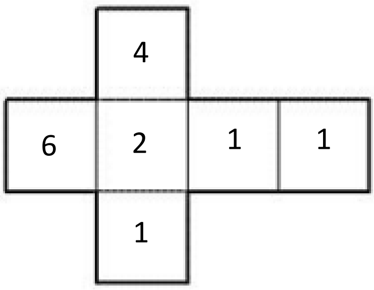
Portanto, a alternativa correta é: letra B.

MÉDIO

03) (**SOLUÇÃO**) Para facilitar o problema iremos utilizar a planificação do cubo (veja figura abaixo).

I - Para escrever qualquer número em uma das faces (quadrados), temos 6 possibilidades (primeiro quadrado lado esquerdo).

II - Para garantir que a soma dos números seja sempre sete, a face oposta deve ter apenas 1 possibilidade.
III - Agora restam 4 números, para escrever outro número em outra face, temos 4 possibilidades (quadrado de cima).
IV - Na face de baixo que é a face oposta (III) temos apenas 1 possibilidade.
V - Para finalizar temos 2 possibilidade na quadrado do meio e 1 possibilidade no último quadrado.



Portanto, $6.4.2.1.1.1 = 48 \text{ maneiras}$.

A alternativa correta é: letra C.

04) (**SOLUÇÃO**)

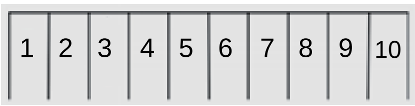
Neste problema escolhemos as possibilidades para o carro preto e depois escolhemos as possibilidades para o carro rosa.

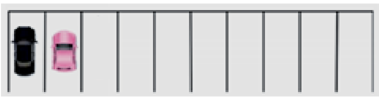
Assim, temos: 10 possibilidades para o carro preto.

Daí, restam 9 possibilidades para o carro rosa.

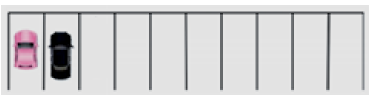
Então, 10·9 = 90.

Mas, existem 9 possibilidades em que os carros ficam juntos (preto, rosa). Isto é: (1,2) - (2,3) - (3,4) - (4,5) - (5,6) - (6,7) - (7,8) - (8,9) - (9,10)





Porem, (rosa, preto) devem ser contados.



Logo, 2·9 = 18

Então, 90 – 18 = 72

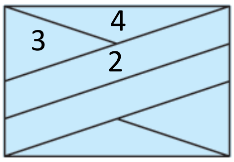
Portanto, a alternativa correta é: letra D.

DIFÍCIL

05) (**SOLUÇÃO**) É necessário dividir em três casos.

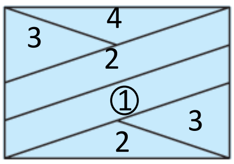
Note que:

I – Temos 4 possibilidades para primeira região (parte de cima), 3 possibilidades para segunda região abaixo esquerdo e 2 possibilidades para terceira região abaixo.
II – Até aqui pintamos três cores diferentes, falta apenas uma cor para utilizamos todas as cores.
III – Assim, a última cor tem três possibilidades para ser utilizada.



Caso 1:

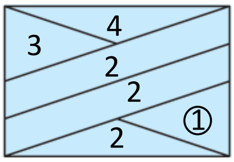
I – Pintar a última cor na quarta região logo abaixo, isto é, 1 possibilidade.
II – Temos 3 possibilidades para a quinta região lado direito.
III – Temos 2 possibilidades para a sexta e última região.



4.3.2.1.3.2 = 144

Caso 2:

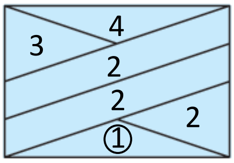
I – Pintar a última cor na quinta região lado direito.
II – Temos 2 possibilidades para a quarta.
II – Temos 2 possibilidades para a sexta e última região.



4.3.2.2.1.2 = 96

Caso 3:

I – Pintar a última cor na sexta e última região.
II – Temos 2 possibilidades para quarta região.
III – Temos 2 possibilidades para quinta região.



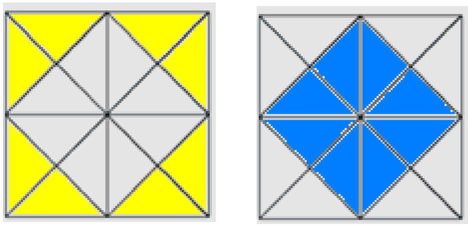
4.3.2.2.2.1 = 96

Portanto, $144 + 96 + 96 = 336\ maneiras.$

A alternativa correta é: letra A.

06) (**SOLUÇÃO**)

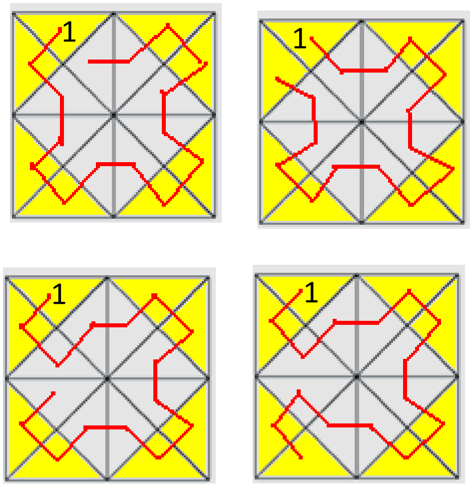
Podemos considerar dois casos (amarelo e azul):



I – Amarelo
Temos 8 pontos de partidas com quatro casos:

Logo, 8·4 = 32

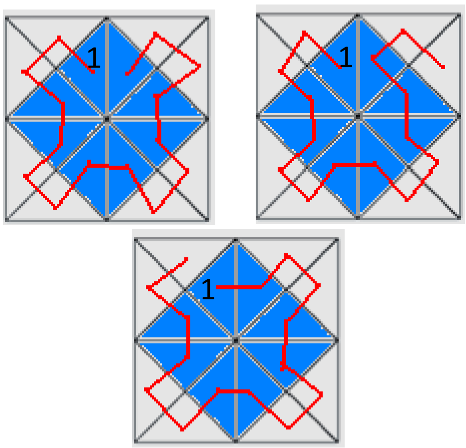
Partindo do ponto 1:



II – Azul
Também temos 8 pontos de partidas com três casos.

Logo, 8·3 = 24

Partindo do ponto 1:



Então, 32 + 24 = 56

A alternativa correta é: letra D.

Permutação Simples - $P_n = n!$

FÁCIL

07) (**SOLUÇÃO**) Como os anagramas devem terminar em L, a letra L fica fixa, assim restam 5 letras para permutar (B, R, A S e I).

Portanto, temos $P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120\ anagramas.$

A alternativa correta é: letra B.

08) (**SOLUÇÃO**) Bastar calcular a permutação de 5, isto é, $P_5 = 120\ maneiras.$

A alternativa correta é: letra D.

MÉDIO

09) (**SOLUÇÃO**) Considerando as duas pessoas juntas como uma, temos P_4 (permutação de 4). Veja figura abaixo:

$$\text{— —}\ \text{—}\ \text{—}\ \text{—}$$

Lembre-se que as duas pessoas juntas também permuta entre si.

Portanto, $\mathrm{P}_4.\mathrm{P}_2 = 4!\,2! = 24.2 = 48\ \text{maneiras}.$

A alternativa correta é: letra D.

10) (**SOLUÇÃO**)

a) Como as vogais (u e a) devem ficar juntas consideramos elas como uma única letra. Assim temos, P_4. Mas, as vogais também permuta entre si. Logo, temos:

$$\mathrm{P}_4.\mathrm{P}_2 = 4!\,2! = 24.2 = 48\ \text{anagramas.}$$

b) Mesmo raciocínio do item a.

$$\mathrm{P}_4.\mathrm{P}_2 = 4!\,2! = 24.2 = 48\ \text{anagramas.}$$

c) Como devemos considerar PEL juntas e nessa ordem, temos apenas 3 letras para permutar (consideram PEL como uma única letra). Assim, temos:

$$\mathrm{P}_3 = 3! = 6\ \text{anagramas.}$$

DIFÍCIL

11) (**SOLUÇÃO**) Veja a figura abaixo:

$$\text{— — —}\ \ \text{— — — —}\ \ \text{— — —}$$

Assim, temos $P_3.P_3.P_4.P_3 = 6.6.24.6 = 5184.$

A alternativa correta é: letra E.

12) (**SOLUÇÃO**) Para encontrar o número de anagramas, basta calcular a permutação de 6, isto é, $P_6 = 720\ anagramas.$

A ordem alfabética das letras da palavra ESCOLA é: A, C, E, L, O e S.

Então, todas as palavras que começam com A e com C estão antes da palavra ESCOLA.

I – Temos 120 palavras que começam com A. Veja:

$$\frac{\mathrm{A}}{1}\,\frac{\ }{5}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 120$$

II – Também temos 120 palavras que começam com C. Veja:

$$\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\ }{5}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 120$$

III – Temos 24 palavras que começam com EA. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{A}}{1}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 24$$

IV – Também temos 24 palavras que começam com EC. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 24$$

V – Também temos 24 palavras que começam com EL. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{L}}{1}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 24$$

VI – Ainda temos 24 palavras que começam com EO. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{O}}{1}\,\frac{\ }{4}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 24$$

VI – Temos 6 palavras que começam com ESA. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{S}}{1}\,\frac{\mathrm{A}}{1}\,\frac{\ }{3}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 6$$

VII – Temos 2 palavras que começam com ESCA. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{S}}{1}\,\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\mathrm{A}}{1}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 2$$

VIII – Temos 2 palavras que começam com ESCL. Veja:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{S}}{1}\,\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\mathrm{L}}{1}\,\frac{\ }{2}\,\frac{\ }{1} = 2$$

IX – A próxima palavra é:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{S}}{1}\,\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\mathrm{O}}{1}\,\frac{\mathrm{A}}{1}\,\frac{\mathrm{L}}{1} = 1$$

X – Em seguida vem:

$$\frac{\mathrm{E}}{1}\,\frac{\mathrm{S}}{1}\,\frac{\mathrm{C}}{1}\,\frac{\mathrm{O}}{1}\,\frac{\mathrm{L}}{1}\,\frac{\mathrm{A}}{1} = 1$$

Portanto, $120 + 120 + 4.24 + 6 + 2.2 + 2.1 = 348\ posição.$

A alternativa correta é: letra B.