INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA ALAGOAS

MATEMÁTICA
1ª Lista de Exercícios – Análise Combinatória – PARTE 2
Professor: Edcarlos Pereira

SOLUÇÕES

Permutação com elementos repetidos - $P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}$

FÁCIL

01) (**SOLUÇÃO**) Temos o total de 6 letras, com três letras A repetidas e duas letras T repetidas.

Assim, $P_6^{3,2} = \frac{6!}{3!2!} = \frac{6.5.4.3!}{3!2!} = \frac{6.5.4}{2!} = \frac{120}{2} = 60.$

Portanto, $temos\ 60\ anagramas.$

A alternativa correta é: letra C.

02) (**SOLUÇÃO**) Para facilitar utilizaremos de início o princípio multiplicativo. Veja:

Note que: temos 6 letras que são diferentes da letra O. Logo, temos 6 possibilidades para a primeira letra e conseqüentemente temos 5 possibilidades para a última letra

$$\underline{6}\ _\ _\ _\ _\ _\ _\ \underline{5}$$

Agora restam 6 letras com duas letras O repetidas.

Assim, $P_6^{\,2} = \frac{6!}{2!} = \frac{6.5.4.3.2!}{2!} = 6.5.4.3 = 360$

Portanto, $6x360x5 = 10800\ permutações.$

A alternativa correta é: letra E.

MÉDIO

03) (**SOLUÇÃO**) Sejam C=cara e K=coroa.

K K C C C C é uma seqüência que poderíamos obter. Note que a letra K repete duas vezes e a letra C repete quatro vezes.

Assim, $P_6^{4,2} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6.5.4!}{4!2!} = \frac{6.5}{2!} = \frac{30}{2} = 15.$

Portanto, $temos\ 15\ modos\ possíveis.$

A alternativa correta é: letra E.

04) (**SOLUÇÃO**) V V V V V V V V F F é uma seqüência de resposta que poderíamos ter. Note que a letra V repete oito vezes e a letra F repete duas vezes.

Assim, $P_{10}^{\,8,2} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10.9.8!}{8!2!} = \frac{10.9}{2!} = \frac{90}{2} = 45.$

Portanto, $45\ maneiras.$

A alternativa correta é: letra B.

DIFÍCIL

05) (**SOLUÇÃO**) Sejam E_1 = empresa 1, E_2 = empresa 2 e E_3 = empresa 3.
Sejam também T_1 = trabalho 1, T_2 = trabalho 2, T_3 = trabalho 3 e T_4 = trabalho 4.

Para a solução desse problema é necessário dividir em 3 casos.

Caso 1: Empresa 1 ficará com dois trabalho.

$$\frac{T_1}{E_1}\ \frac{T_2}{E_2}\ \frac{T_3}{E_3}\ \frac{T_4}{E_1}$$

Note que temos 4 elementos e dois se repete (ou seja, E_1)

Assim, $P_4^{\,2} = \frac{4!}{2!} = \frac{4.3.2!}{2!} = 4.3 = 12$

Caso 2: Empresa 2 ficará com dois trabalho.

$$\frac{T_1}{E_1}\ \frac{T_2}{E_2}\ \frac{T_3}{E_3}\ \frac{T_4}{E_2}$$

Note que temos 4 elementos e dois se repete (ou seja, E_2)

Assim, $P_4^{\,2} = \frac{4!}{2!} = \frac{4.3.2!}{2!} = 4.3 = 12$

Caso 3: Empresa 3 ficará com dois trabalho.

$$\frac{T_1}{E_1}\ \frac{T_2}{E_2}\ \frac{T_3}{E_3}\ \frac{T_4}{E_3}$$

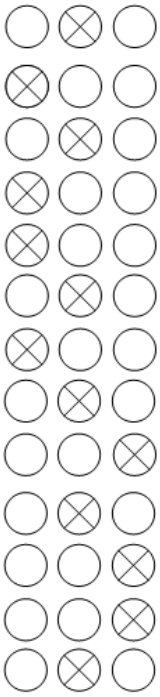
Note que temos 4 elementos e dois se repete (ou seja, E_3)

Assim, $P_4^{\,2} = \frac{4!}{2!} = \frac{4.3.2!}{2!} = 4.3 = 12$

Portanto, $12 + 12 + 12 = 36\ maneiras.$

A alternativa correta é: letra C.

06) (**SOLUÇÃO**) A figura abaixo representa um jogo com: 4 coluna um, 6 coluna do meio e 3 coluna dois.



Note que temos 4 coluna um repetida, 6 coluna do meio repetida e 3 coluna dois repetida.

Assim, $P_{13}^{6,4,3} = \frac{13!}{6!4!3!} = \frac{13.12.11.10.9.8.7.6!}{6!4!3!} =$
$= \frac{13.12.11.10.9.8.7}{4.3.2.1.3.2.1} = 13.12.11.5.7 = 60.060.$

Portanto, $60.060\ maneiras$.

A alternativa correta é: letra A.

ARRANJO - $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

FÁCIL

07) (**SOLUÇÃO**) Primeiro, note que se a classificação fosse:

1° lugar: Luís
2° lugar: Pedro
3° lugar: Fábio

ou

1° lugar: Fábio
2° lugar: Luís
3° lugar: Pedro

Contamos duas vezes, ou seja, **a ordem importa**. Logo, é um problema de Arranjo.

Assim, $A_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7.6.5.4!}{4!} = 7.6.5 = 210.$

Portanto, $210\ maneiras$.

A alternativa correta é: letra C.

08) (**SOLUÇÃO**) Aqui temos um problema de Arranjo com 5 elementos escolhendo 4 elementos (pois os algarismos são distintos e **a ordem importa**).

Assim, $A_{5,4} = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = 5 = 120.$

Portanto, $120\ números$.

A alternativa correta é: letra B.

MÉDIO

09) (**SOLUÇÃO**) Note que **a ordem importa**, logo temos um problema de Arranjo com 6 elementos escolhendo 3 elementos.

Assim, $A_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6.5.4.3!}{3!} = 6.5.4 = 120.$

Portanto, $120\ maneiras$.

A alternativa correta é: letra C.

10) (**SOLUÇÃO**) Note que Time A x Time B ou Time B x Time A, contamos duas vezes.
Logo, **a ordem importa**.
Neste caso, temos um problema de Arranjo com 10 elementos escolhendo 2 elementos.

Assim, $A_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10.9.8!}{8!} = 10.9 = 90.$

Portanto, $90\ jogos$.

A alternativa correta é: letra A.

DIFÍCIL

11) (**SOLUÇÃO**) De início iremos utilizar o princípio multiplicativo para facilitar a compreensão.

Da lista 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 os números 2 e 8 são fixados no início e no fim do número de telefone de 8 algarismos. Veja abaixo:

$$\frac{2}{1} _ \ _ \ _ \ _ \ _ \ _ \frac{8}{1}$$

Note que restam 8 números (0, 1, 3, 4, 5, 6, 7 e 9) e iremos escolher 6 números distintos para formar o número de telefone.
É um problema de Arranjo com 8 elementos escolhendo 6 elementos.

Assim,
$A_{8,6} = \frac{8!}{(8-6)!} = \frac{8!}{2!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2!}{2!} = 8.7.6.5.4.3 =$
$20160.$

Portanto, $20160\ maneiras$.

A alternativa correta é: letra E.

12) (**SOLUÇÃO**) O problema afirma que é um Arranjo de 12 elementos escolhendo 6 elementos.

Assim, $A_{12,6} = \frac{12!}{(12-6)!} = \frac{12!}{6!} = \frac{12.11.10.9.8.7.6!}{6!} = 12.11.10.9.8.7 = 665280.$

Portanto, 665280 $sequências$.

A alternativa correta é: letra C.

COMBINAÇÃO - $C_{n,P} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

FÁCIL

13) (**SOLUÇÃO**) Note que se escolhemos um soverte de saberes chocolate e morango ou morango e chocolate é o mesmo sorvete, ou seja, a ordem não importa. Logo, temos um problema de combinação com 5 elementos escolhendo 2 elementos.

Assim, $C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5.4.3!}{2!3!} = \frac{5.4}{2!} = \frac{20}{2} = 10.$

Portanto, 10 $maneiras$.

A alternativa correta é: letra B.

14) (**SOLUÇÃO**) Note que a ordem da escolha de 2 membros **não importa**. Logo, temos um problema de combinação com 8 elementos escolhendo 4 elementos.

Assim, $C_{8,2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8,7.6!}{2!6!} = \frac{8.7}{2!} = \frac{56}{2} = 28.$

A alternativa correta é: letra E.

MÉDIO

15) (**SOLUÇÃO**) A ordem não importa. Assim, temos 10 elementos e iremos escolher 2 elementos, isto é:

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!\,(10-2)!} = \frac{10!}{2!\,8!}$$

Mas, temos os casos que não interessa (ser ambos canhotos). Assim,

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{4!}{2!\,2!}$$

Daí temos,

$$\frac{10!}{2!\,8!} - \frac{4!}{2!\,2!}$$

A alternativa correta é: letra A.

16) (**SOLUÇÃO**) Iremos escolhe 2 mulheres entre 4 mulheres, 1 homem entre 2 homens e 1 criança entre 2 crianças. Note que a ordem não importa. Logo, temos um problema de combinação.

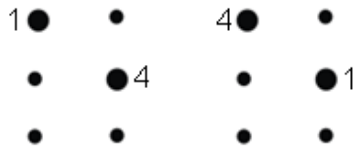
Assim, $C_{4,2}\,x\,C_{2,1}\,x\,C_{2,1} = \frac{4!}{2!(4-2)!}\,x\,\frac{2!}{1!(2-1)!}\,x\,\frac{2!}{1!(2-1)!} = \frac{4!}{2!2!}\,x\,\frac{2!}{1!1!}\,x\,\frac{2!}{1!1!} = \frac{4.3}{2}\,x\,\frac{2}{1}\,x\,\frac{2}{1} = 6x2x2=24.$

Portanto, 24 $maneiras$.

A alternativa correta é: letra B.

DIFÍCIL

17) (**SOLUÇÃO**) Este é problema de combinação, pois a ordem dos pontos não importam (veja para o caso de dois pontos destacado.



Note que a ordem dos pontos 1 e 4 ou 4 e 1 na imagem representa o mesmo caractere. Ou seja, a ordem não importa.

Assim, temos que escolher 1 ponto, 2 pontos, 3 pontos, 4 pontos, 5 pontos e 6 pontos.

$$C_{6,1} + C_{6,2} + C_{6,3} + C_{6,4} + C_{6,5} + C_{6,6} =$$

$$6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 63$$

A alternativa correta é: letra D.

18) (**SOLUÇÃO**) Temos três tipos de polígonos de k lados múltiplo de 3.

Caso 1: Triângulos (polígonos de três lados)

Temos, $C_{9,3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9.8.7.6!}{3!6!} = \frac{9.8.7}{6} = \frac{504}{6} = 84$

Caso 2: Hexágono (polígonos de seis lados)

Temos, $C_{9,6} = \frac{9!}{6!(9-6)!} = \frac{9!}{6!3!} = \frac{9.8.7.6!}{6!3!} = \frac{9.8.7}{6} = \frac{504}{6} = 84$

Caso 3: Eneágono (polígonos de nove lados)

Temos, Temos, $C_{9,9} = \frac{9!}{9!(9-9)!} = \frac{9!}{9!0!} = \frac{9.!}{9!} = 1$

Portanto, $84 + 84 + 1 = 169$ $polígonos$.

A alternativa correta é: letra D.